Kalkulus
a jeho dobrodružství

Matematika pro odvážné

David Acheson

DOKOŘÁN

Z anglického originálu *The Calculus Story: A Mathematical Adventure* přeložil Luboš Pick.

Věnováno památce
dr. Janet Millsové
(1954–2007),
která jednou prohlásila,
že kalkulu nikdy docela neporozuměla.

ISBN 978-802-7675-136-1

OBSAH

1
ÚVOD

V létě 1666 spatřil Isaac Newton na své zahradě padající jablko a okamžitě tuto zkušenost přetavil na objev kalkulu a teorie gravitace.

Tak alespoň praví legenda.

Jakkoli tato historka až příliš zjednodušuje skutečnost, je nepochybně dobrým kandidátem na nejlepší způsob, jak započít vyprávění o kalkulu.

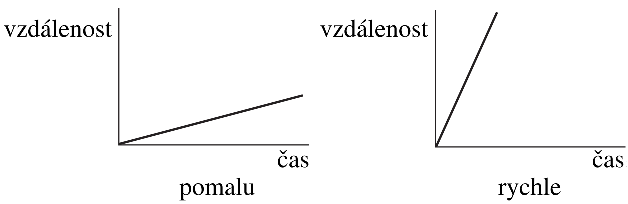
Jablko totiž při pádu *zrychluje*.

Obr. 1: Newton a jablko.

Položme si zásadní otázku. Co vlastně míníme okamžitou rychlostí jablka v daném čase? Známý vzoreček

$$\text{rychlost} = \frac{\text{vzdálenost}}{\text{čas}}$$

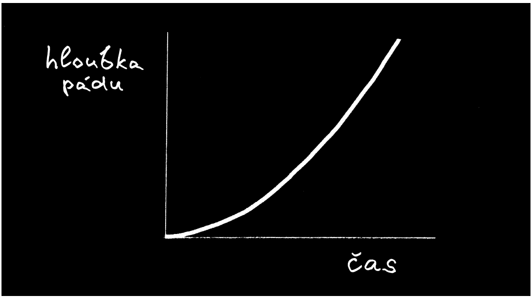
totiž platí pouze v případě, kdy je rychlost pohybu konstantní, tedy kdy je vzdálenost přímo úměrná času. Jinak řečeno, vzoreček funguje jedině za předpokladu, že graf závislosti uražené vzdálenosti na uběhlém čase má tvar rovné čáry. Rychlost je pak reprezentována sklonem, nebo řekněme strmostí této čáry, jak vidíme na obrázku 2.



Obr. 2: Pohyb konstantní rychlostí.

Jenomže padající jablko přímou úměru mezi vzdáleností a časem nedodržuje. Jak odhalil Galileo, vzdálenost je v tomto případě přímo úměrná druhé mocnině času, tedy t^2.

Padající plod se za nějaký čas propadne o určitý úsek. Avšak necháme-li uběhnout dvojnásobek tohoto času, nalezneme jablko dokonce o čtyřnásobek zmíněného úseku níže, protože $2^2 = 4$. Znázorníme-li si závislost vzdálenosti na čase, dostaneme křivku na obrázku 3, která se ohýbá směrem nahoru.

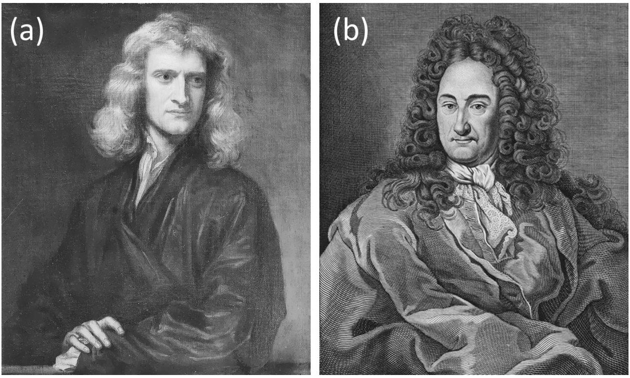


Obr. 3: Jak padá jablko.

Je zřejmé, že měnící se strmost křivky v jistém smyslu ilustruje rostoucí poměr vzdálenosti, o kterou se jablko propadne, k uběhlému času.

Studium vývoje poměru mezi čímsi, co zrovna prochází jakousi změnou v čase, je jednou z ústředních myšlenek kalkulu vůbec.

O kalkulu se někdy říká, že popisuje změnu, ale možná o něco lepší by bylo říct, že jde o *rychlost* této změny.



Obr. 4: (a) Isaac Newton (1642–1727),
(b) Gottfried Leibniz (1646–1716).

Věc dostala opravdový spád ve druhé půli sedmnáctého století, a to zejména díky práci Isaaca Newtona v Anglii a Gottfrieda Leibnize v Německu.

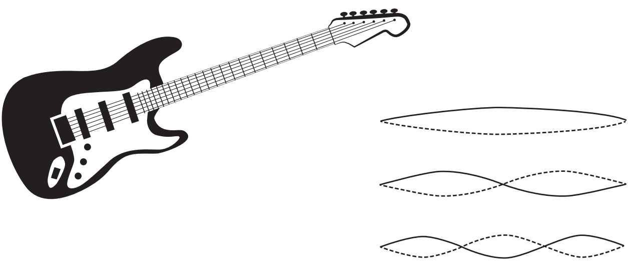
Ti dva se nikdy nepotkali. Probíhala ale mezi nimi jakási mírně ostražitá (a nepřímá) korespondence, která se zpočátku nesla v přátelském a zdvořilém duchu. Jak šel čas, přátelský duch se vytratil a vztah se vyvinul v ostrou hádku o to, kdo skutečně „vynalezl“ kalkulus.

K historii si řekneme více později, naším hlavním cílem v této knize však bude kalkulus sám.

Ze všeho nejvíce se budeme snažit o vykreslení tohoto tématu v celé jeho šíři a rozmanitosti. Soustředíme se na nejdůležitější myšlenky objevující se ve vývoji kalkulu a na některé jejich historické aspekty.

Uvidíme také, proč kalkulus zaujímá tak zásadní postavení v rozvoji fyziky a dalších věd.

Jedním z našich konkrétních cílů bude například rozvoj teorie do takové hloubky, abychom byli schopni pochopit, jak fungují vibrace kytarové struny (obrázek 5).



Obr. 5: Vibrace kytarové struny.

Budeme ale také klást důraz na ty případy, ve kterých máme z výsledků kalkulu potěšení jen pro ně samotné, bez ohledu na nějaké případné praktické aplikace.

Kupříkladu na obrázku 6 vidíme překvapující souvislost mezi číslem π (o němž máme za to, že by se mělo týkat kružnic) a lichými čísly.

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots$$

Obr. 6: Podivuhodná souvislost.

Mimo jiné se v pravou chvíli pokusíme dokázat, proč by vůbec něco takového mělo platit.

Krátce tedy lze říct, že tato knížečka je o něco ambicióznější, než vypadá. Pokud vše půjde dobře, dozvíme se nejen, co je to kalkulus, ale také *jak se do něj pustit*. Nejprve si však bude nutné trochu promyslet, jaká je vlastně podstata a duch matematiky samotné.